ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ. СОВЕТЫ И УКАЗАНИЯ

Цель любого исследования – установление связей между различными явлениями и параметрами. Количественная зависимость между исследуемыми величинами получается в результате измерений.

Измерение – это нахождение значения физической величины опытным путем техническими средствами. Результат измерений следует выражать в системе единиц СИ.

Всякое значение, полученное в результате измерений, дает лишь приближенное значение измеряемой величины. Если систематические и грубые ошибки измерений могут быть учтены и устранены, то случайные погрешности неизбежны как в каждом измерении, так и в величине среднего значения, вычисленного по отдельным измерениям. Поэтому необходимо уметь рассчитывать возможные погрешности измерений и представлять достоверные результаты.

Измерения называются прямыми, если определяемая величина непосредственно сравнивается с эталоном меры (измерение длины, времени, массы и т. д.). Чаще производят не прямые измерения данной величины, а косвенные - через другие величины, связанные с измеряемой определенной математической зависимостью, формулой. Например, плотность тела определяется по измерениям массы и объема.

Погрешности, допускаемые во время измерений, делятся на две категории: систематические и случайные.

Систематические - погрешности, связанные с ограниченной точностью изготовления прибора (неравноплечность коромысла весов), неточностью самого метода измерения (пренебрежение силами сопротивления и трения), неправильной установкой прибора (например, сбит ноль шкалы прибора), но эти погрешности можно исключить, введя соответствующие поправки. Для этого приходится периодически проводить проверку приборов по эталонным.

Случайные погрешности вызываются большим числом случайных причин, действие которых на результат каждого измерения различно, и они не могут быть заранее учтены.

Случайные погрешности могут быть вызваны сотрясениями здания, влиянием незначительного движения воздуха, трением подвижных элементов приборов и переносятся в разной мере и с разным знаком из опыта в опыт. Математическая теория случайных величин (математическая статистика) позволяет уменьшить влияние этих погрешностей на конечный результат и установить величины погрешностей измерений. Для этого необходимо провести не одно измерение, а несколько. Теория ошибок дает возможность выбрать разумное число измерений для обеспечения заданной точности.

§1. Погрешности при прямых измерениях

Пусть имеется некоторая случайная величина X, которая может принимать ряд из n произвольных значений. Их можно наглядно представить, построив диаграмму, которая показывала бы, как часто использовались при измерениях те или иные значения. Для этого диапазон значений, отложенных по оси OX разбивают на равные интервалы шириной ΔX. Затем подсчитывают число m значений величины, попавших в каждый интервал и на каждом интервале строят прямоугольник с основанием, равным ширине интервала, и высотой, равной числу значений измеренной величины, попавшей в данный интервал. Полученный график называется *гистограммой,* а огибающая гистограмму кривая, проведенная через центры каждого интервала ΔX - *кривой распределения случайной величины.* Функция $y = f(x)$, описывающая эту кривую, называется *плотностью вероятности* данного распределения или *функцией распределения вероятностей.*

Существуют различные виды распределения случайных величин, однако особое значение имеет нормальный закон распределения случайной величины (закон Гаусса), для которого функция распределения вероятностей описывается формулой

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \tag{1}$$

где $\bar{x}$ - математическое ожидание случайной величины (сумма произведений всех возможных значений случайной величины на их вероятности); σ - среднее квадратичное отклонение.

Зная закон распределения случайной величины, можно провести вероятностную оценку погрешности измерения.

Допустим, что при определении неизвестной величины A нами получен ряд из n отдельных измерений $X_1, X_2, ..., X_n$, средняя арифметическая которых равна: $M = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$, или $M = \frac{X_1 + X_2 + ... + X_n}{n}$.

Каждое отдельное измерение и среднее из всех измерений имеют свои погрешности. Абсолютной ошибкой ε приближенного значения некоторой величины называют разность между точным (истинным) и приближенным значениями этой величины:

$$\varepsilon_i = A - X_i \tag{2}$$

Относительной ошибкой δ приближенного значения некоторой величины называют отношение его абсолютной ошибки ε к точному значению данной величины. Относительную ошибку принято выражать в процентах:

$$\delta_i = \frac{\varepsilon_i}{A} \cdot 100\%. \tag{3}$$

Вместо точного значения величины A, которое нам, как правило неизвестно, в формулы $(2)\div(3)$ подставляют средние значения экспериментальных данных, т.е. величину M. Тогда получим

$$\varepsilon_i = M - X_i \qquad \delta_i = \frac{\varepsilon_i}{M}\cdot 100\%.$$

Средняя абсолютная ошибка. При достаточно большом количестве проведенных исследований случайной величины (по крайней мере больше десяти), достоверную величину погрешности измерений отражает *средняя абсолютная ошибка* η. Она вычисляется как среднее из всех абсолютных значений ошибок отдельных измерений, взятых по модулю.

$$\eta = \frac{\sum|\varepsilon_i|}{n} = \frac{|\varepsilon_1|+|\varepsilon_2|+\ldots+|\varepsilon_n|}{n}. \qquad (4)$$

Средняя квадратичная ошибка. При малом числе проведенных измерений (3-5) для достоверной оценки погрешностей вычисляют средний квадрат абсолютных ошибок

$$\sigma^2 = \frac{\sum\varepsilon_i^2}{n-1}. \qquad (5)$$

Величина σ^2 называется *дисперсией* и характеризует случайный разброс данных. Корень квадратный из величины дисперсии называется *средней квадратичной ошибкой* отдельного измерения - σ (средним квадратичным отклонением, стандартным отклонением). Величина σ вычисляется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(M-X_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum\varepsilon_i^2}{n-1}}. \qquad (6)$$

Между величинами σ и η существует следующая численная зависимость: $\sigma = 1{,}253\eta$; $\eta = 0{,}8\sigma$

Средняя квадратичная ошибка среднего. Средняя квадратичная ошибка σ и средняя абсолютная ошибка η, являясь очень важными характеристиками точности экспериментов, сами не включаются в форму записи результатов. Результат измерений записывается через среднюю величину M и ее погрешность. Средняя квадратичная ошибка средней величины M вычисляется по формуле:

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum\varepsilon_i^2}{n(n-1)}}. \qquad (7)$$

В итоге вычислений результат измерений записывается в виде

$$X = M \pm m = \frac{\sum X_i}{n} \pm \sqrt{\frac{\sum\varepsilon_i^2}{n(n-1)}}. \qquad (8)$$

Относительная ошибка измерений, выраженная в процентах, будет равна $\frac{m}{M}\cdot 100\%$.

Рассмотрим пример: Вычислить среднее и его ошибку для ряда чисел - 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

№п./п.	X	ε	ε^2
1	10	4	16
2	11	3	9
3	12	2	4
4	13	1	1
5	14	0	0
6	15	-1	1
7	16	-2	4
8	17	-3	9
9	18	-4	16
	$\sum x = 126$	$\sum\lvert\varepsilon\rvert = 20$	$\sum\varepsilon^2 = 60$

Всего чисел N=9; среднее значение $M = \frac{126}{9} = 14$;

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum\varepsilon^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{60}{8}} = 2{,}74$$

или

$$\sigma_2 = 1{,}253\frac{\sum|\varepsilon|}{n} = 1{,}253\cdot\frac{20}{9} = 2{,}78.$$

Далее

$$m_1 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}79}{\sqrt{9}} = 0{,}91$$

$$m_2 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}78}{\sqrt{9}} = 0{,}93.$$

Следовательно, результат представляется: X=M±m= 14 ± 0,9.

Из примера видно, что величины средней квадратичной ошибки среднего, вычисленные по формуле и через среднюю абсолютную ошибку, отличаются друг от друга. Следовательно, принимая второй путь расчета, как более простой, мы незначительно увеличиваем оцениваемые ошибки среднего значения.

Удобство оценки погрешности измерений с помощью средней квадратичной погрешности заключается в том, что σ *является параметром в нормальном законе распределения.* Значит, используя формулу

(1), можно вычислить доверительную вероятность p, определяемую как вероятность того, что результат измерения отличается от истинного значения не более чем на ΔX.

$$p = P\left(\bar{x} - \Delta x < x < \bar{x} + \Delta x\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int\limits_{\bar{x}-\Delta x}^{\bar{x}+\Delta x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx \qquad (9)$$

Интервал значений измеряемой величины от $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$ называется *доверительным интервалом.*

Доверительную вероятность погрешности среднего арифметического значения можно найти в Приложении 1.

Приведенные в Приложении 1 формулы справедливы только для большого числа измерений, что не всегда возможно.

В случае небольшого количества измерений ($n<30$) задают доверительную вероятность p по таблице Приложения 2, находят значение коэффициента Стьюдента t для данного числа измерений n. Определив t, находят случайную погрешность ΔX с заданной вероятностью p.

Рассмотрим пример: Пусть в результате четырех измерений х получены следующие значения: 2,80; 2,79; 2,84; 2,83. Найдем их среднее арифметическое значение: $\bar{x} = (2{,}80 + 2{,}79 + 2{,}84 + 2{,}83)/4 = 2{,}82$.

Средняя квадратичная погрешность отдельного измерения:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2{,}82-2{,}80)^2 + (2{,}82-2{,}79)^2 + (2{,}82-2{,}84)^2 + (2{,}82-2{,}83)^2}{4-1}} = 0{,}024$$

Средняя квадратичная погрешность среднего значения:

$$m = 0{,}024/\sqrt{4} = 0{,}012.$$

Зададим доверительную вероятность p=0,95. По таблице Приложения 2 находим значения коэффициента Стьюдента при n=4 и p=0,95 - получим t=3,2. Величину случайной погрешности ΔX определим по формуле $\Delta X = m \cdot t = 3{,}2 \cdot 0{,}012 = 0{,}38 \approx 0{,}4$ Окончательный результат запишем в виде: $X = 2{,}82 \pm 0{,}04$ (p=0,95).

§2. Погрешности при косвенных измерениях

При косвенных измерениях точность выполнения серии опытов ограничивается погрешностями, допущенными при прямых измерениях величин, входящих в расчетную формулу.

Расчет погрешностей при косвенном измерении нельзя произвести так, как при прямом измерении. Из теории математической статистики следует, что если некоторая величина f является функцией других независимых величин x,y,z, которые могут быть определены прямыми измерениями, то ее абсолютная погрешность σ_f определяется абсолютными погрешностями σ_x, σ_y, σ_z (для величин x, y, z соответственно) согласно выражению:

$$\sigma_f = \sqrt{\left\langle\frac{\partial f}{\partial x}\right\rangle^2 \sigma_x^2 + \left\langle\frac{\partial f}{\partial y}\right\rangle^2 \sigma_y^2 + \left\langle\frac{\partial f}{\partial z}\right\rangle^2 \sigma_z^2} \qquad (12)$$

Здесь $f=f(x,y,z)$, а $\left\langle\frac{\partial f}{\partial x}\right\rangle, \left\langle\frac{\partial f}{\partial y}\right\rangle, \left\langle\frac{\partial f}{\partial z}\right\rangle$ - частные производные функции f, вычисленные для средних значений ее переменных, т. е. <x>, <y>, <z>.

При этом наиболее достоверное (т. е. среднее) значение величины f находится как:

$$\langle f\rangle = f\left(\langle x\rangle, \langle y\rangle, \langle z\rangle\right). \qquad (13)$$

Используя соотношение (12,13), в качестве примеров, ниже приводятся выражения для вычисления относительных погрешностей некоторых часто встречающихся величин, выражаемых соотношениями (здесь σ_x и σ_y - абсолютные погрешности отдельных измеряемых величин, а <x>, <y> - средние значения величин).

№п/п	Функциональная связь	Относительная погрешность
1	$\left.\begin{matrix} f = x + y \\ f = x - y \end{matrix}\right\}$	$\varepsilon = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}{\langle x\rangle \pm \langle y\rangle}$
2	$\left.\begin{matrix} f = x \cdot y \\ f = \frac{x}{y} \end{matrix}\right\}$	$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\langle x\rangle^2} + \frac{\sigma_y^2}{\langle y\rangle^2}}$
3	$f = x^n$	$\varepsilon = n\left(\frac{\sigma_x}{\langle x\rangle}\right)$
4	$f = e^x$	$\varepsilon = \sigma_x$
5	$f = \ln x$	$\varepsilon = \frac{\sigma_x}{\langle x\rangle \cdot \ln\langle x\rangle}$
6	$f = \sin x$	$\varepsilon = \sigma_x \cdot ctg\langle x\rangle$
7	$f = \cos x$	$\varepsilon = \sigma_x \cdot tg\langle x\rangle$

Зная средние значение величины - <f> и относительную погрешность ее измерения ε можно найти ее абсолютную погрешность по формуле:

$$\sigma_f = \langle f\rangle \cdot \varepsilon. \qquad (14)$$

Пример 1. Определение момента инерции физического маятника (металлической пластины) относительно нескольких произвольных осей вращения.

Заданы параметры: m – масса пластины, d – расстояние от точки подвеса до центра масс пластины, g – ускорение свободного падения. Измеряется экспериментально период гармонических колебаний $-T$.

Основное соотношение:

$$I = \frac{mgd \cdot T^2}{4\pi^2},$$

где I – момент инерции маятника.

Тогда, согласно выражениям (12) – (14), для относительной его погрешности получаем:

$$\varepsilon_I = \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{m^2} + \frac{\sigma_d^2}{d^2} + \frac{\sigma_T^2}{T^2}},$$

где σ_m, σ_d и σ_T – соответственно абсолютные значения погрешностей величин m, d, T; $\sigma_I = \varepsilon_I \cdot \langle I \rangle$ - абсолютная погрешность измерения величины момента инерции I физического маятника.

Пример 2. Определение коэффициента поверхностного натяжения (КПН) жидкости α, по измерению абсолютного удлинения пружины динамометра l = (в – а), при предварительно измеренных и заданных коэффициенте жесткости пружины динамометра k и общем периметре используемого кольца - $p = \pi(d_1 + d_2)$.

Основное соотношение: $\alpha = \frac{k \cdot l}{p}$, тогда согласно (12) - (14), получаем:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sigma_\alpha}{\langle \alpha \rangle} = \sqrt{\frac{\sigma_k^2}{k^2} + \frac{\sigma_l^2}{l^2} + \frac{\sigma_p^2}{p^2}}$$

где $\sigma_k, \sigma_l, \sigma_p$ - соответствующие абсолютные значения погрешностей величин k, l, p; ε_α - относительная погрешность измерения коэффициента поверхностного натяжения; $\sigma_\alpha = \varepsilon_\alpha \cdot \langle \alpha \rangle$ - абсолютная погрешность измерения КПН.

Пример3. Приведем соотношение для оценки абсолютной σ_E и относительной ε_E погрешностей при измерениях модуля Юнга металлической проволоки:

$$E = \frac{4mg \cdot l_0}{\pi d^2 \cdot \Delta l},$$

где соответственно обозначено: m – масса подвешенного груза, l_0 и d – начальная длина и диаметр проволоки, Δl – абсолютное удлинение проволоки для заданной массы груза m.

Тогда

$$\varepsilon_E = \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{m^2} + \frac{\sigma_{\Delta l}^2}{l^2} + \frac{\sigma_{l_0}^2}{l_0^2} + \frac{\sigma_d^2}{d^2}}, \qquad \sigma_E = \varepsilon_E \cdot \langle E \rangle$$

Пример 4. Пусть при определении объема V цилиндра в результате пяти измерений высоты h цилиндра и диаметра D его основания были получены следующие значения:

h, см	12,2	12,8	12,7	12,2	12,6
D, см	2,0	4,7	5,2	4,9	4,8
V, см^3	240	222	263	230	228

По формуле $V = \frac{\pi h D^2}{4}$ вычислим значения объема для каждого из пяти измерений. Найдем среднее арифметическое значение объема:

$$\bar{V} = \frac{240+222+263+230+228}{5} = 237 \text{ см}^3$$

Вычислим среднюю квадратичную погрешность объема:

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{(240-237)^2 + (222-237)^2 + (263-237)^2 + (230-237)^2 + (228-237)^2}{5-1}} = 16{,}1 \text{см}^3.$$

Найдя из приложения 2 значение параметра t=2,8 определим доверительный интервал ΔV: $\Delta V = \frac{2{,}8 * 16{,}1}{\sqrt{5}} = 20{,}1$ см^3

Окончательный результат запишем в виде V=(237±20) см^3 (p = 0,95).

§3. Некоторые практические рекомендации и советы при проведении эксперимента

1. Извлечь из лабораторных работ максимальную пользу можно, только относясь к каждой задаче как к небольшой самостоятельной научной работе.

Конкретное содержание работы, объем навыков и сведений, которые будут из нее извлечены, определяются главным образом не описанием, а подходом студента к выполнению работы. Самое ценное, что может дать практикум, - умение применять теоретические знания в экспериментальной работе, умение думать по поводу своих опытов, умение правильно построить эксперимент и избежать ошибок, умение видеть важные и интересные особенности и мелочи, из которых нередко вырастают серьезные научные исследования.

2. Бесполезно приступать к выполнению работы без четкого представления об основных чертах теории изучаемого явления. В противном случае студент не сможет отделить изучаемое явление от случайных и несущественных помех, часто не сможет обнаружить, что установка неисправна и непригодна к работе.

Перед началом работы с помощью нескольких простых опытов, результат которых может быть надежно заранее предсказан, студент должен убедиться в правильности работы аппаратуры (возможно с помощью преподавателя).

3. При выполнении работы необходимо подробно разобраться в устройстве применяемой аппаратуры, понимать назначение каждой детали,

каждого "винтика".

Главное условие успешного выполнения измерений заключается во внимательном ознакомлении с установкой перед измерениями, в ее тщательной проверке и наладке.

Работу с незнакомыми приборами можно начинать, лишь прочтя до конца инструкции и выяснив все необходимые предосторожности. Не следует вскрывать чувствительных приборов, прикасаться пальцами к оптическим поверхностям и тонким деталям. Нужно выработать в себе умение бережно обращаться с оборудованием.

В тех случаях, когда студент самостоятельно не может разобраться в устройстве измерительной установки (приборов), следует обращаться к помощи преподавателя.

4. Подключать источники питания (или включать приборы в сеть) должен только преподаватель после предварительного осмотра измерительной установки.

5. Измерения должны производиться студентами с наибольшей точностью, поскольку только достоверные результаты позволяют наблюдать физические явления во всей его полноте.

В точности измерений большую роль играют внимание и сосредоточенность студента, умение правильно организовать измерения.

Поспешно сделанные измерения обычно никуда не годятся. Вообще, если в измерениях наблюдается большой разброс величин, то лучше попробовать наладить установку, чем производить длинный ряд измерений.

Следует отметить, что точность вычисления самих погрешностей эксперимента должна составлять около 10-20%. Это объясняется тем, что средние абсолютные или среднеквадратичные погрешности эксперимента характеризуют реальные ошибки опыта лишь по порядку величины. Более точное вычисление погрешностей не имеет никакого смысла и поэтому само является ошибкой. Указанные ранее формулы (1-9) позволяют правильно оценить погрешность проводимого опыта.

Если в задаче исследуется зависимость одной величины от другой, то число отдельных точек на различных участках кривой выбирается с таким расчетом, чтобы подробно исследовать места изгибов, максимумов, крутых скачков (если они есть). В тех участках, где кривая идет плавно, ставить особенно много точек не имеет большого смысла.

6. Следует стремиться к аккуратности и полноте черновых (первичных) записей, делаемых в лаборатории. Для этого необходимо завести лабораторную тетрадь, которая должна предъявляться преподавателю во время сдачи работы. Домашняя обработка измерений может производиться в той же тетради.

В начале записи необходимо указывать название работы, дату выполнения, нарисовать схему установки, привести основные расчетные формулы для получения конечных величин. Следует делать пометки о точности и чувствительности применяемых приборов и о всех замеченных неполадках. *Записи измерений лучше всего вести в виде таблиц с указанием единиц измерения величин.*

Из записей должно быть совершенно ясно, в какой последовательности производились измерения. Первые прикидки результатов должны обязательно делаться в самом начале работы тут же в лабораторной тетради. Такие прикидки позволяют своевременно заметить неполадки, разобраться в специфике работы и правильно спланировать последовательность и ход основных измерений. Обработка результатов измерений должна быть закончена до начала следующей работы. Существенную помощь, наряду с численными расчетами искомых величин, при обработке оказывают графики.

§4. Значение и построение графиков

В экспериментальной физике графиками пользуются для разных целей. *Во-первых,* графики строят, чтобы определить некоторые величины, - обычно наклон или отрезок, отсекаемый на оси ординат, прямой, изображающей зависимость между двумя переменными.

Во-вторых, и это, пожалуй, самое важное, графиками пользуются для наглядности. В отличие от таблиц, они позволяют визуально отделять одни *процессы от других (или разные режимы одного процесса).*

В-третьих – графики позволяют наглядно проводить *сравнение экспериментальных данных с теоретической кривой.*

В-четвертых, графиками пользуются в экспериментальной работе, чтобы установить эмпирическое соотношение между двумя величинами. Например, измеряют и строят градуировочную кривую для оптического рефрактометра или сахариметра.

Важно правильно выбрать масштаб по осям графика. При этом необходимо исходить из следующих соображений:

а) экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом. Поэтому точки необходимо располагать с разумным интервалом.

б) масштаб должен быть простым. Проще всего, если единице измеренной величины (или 10; 100; 0,1 единицы и т. д.) соответствует 1 см. Произвольных масштабов следует избегать, иначе при нанесении точек на графики придется производить арифметические подсчеты.

При выборе единиц измерения следует помнить, что десятичные множители удобнее отнести непосредственно к единице измерения. Тогда деления на осях графика можно помечать цифрами 1, 2, 3,… или 10, 20, 30,… , а не 10000, 20000 и т. д. или 0,0001; 0,0002 и. т. д. (что очень неудобно для восприятия). *На осях координат также необходимо указывать название или символ откладываемой величины.*

При построении графиков можно пользоваться приводимыми ниже рекомендациями. Однако ими нужно пользоваться с учетом особенностей каждого конкретного случая.

1. Когда на графике для сравнения с экспериментальными данными проводят теоретическую кривую, то точки, по которым ее проводят, выбирают по своему усмотрению. Наносить их надо без нажима, лучше всего

карандашом, чтобы при необходимости можно было стереть. Экспериментальные же данные следует отмечать жирными хорошо выделяющимися точками.

2. Полезно *через экспериментальные точки проводить "наилучшую" плавную кривую.* Студенты нередко соединяют экспериментальные точки просто ломаной линией. Тем самым как бы указывается, что соотношение между двумя величинами носит скачкообразный характер, а это весьма маловероятно. Обычно искомое соотношение между величинами описывается какой-либо плавной кривой. *Если на графике имеется теоретическая кривая, то "плавную" кривую через экспериментальные точки лучше не проводить.*

3. Чтобы различать экспериментальные данные, относящиеся к разным условиям или разным веществам, можно пользоваться разными значками, например темными или светлыми кружками, крестиками или точками разного цвета.

Важным моментом при построении графиков является способ указания экспериментальных погрешностей (ошибок) измерений.

Ошибку на экспериментальном значении можно указать с помощью вертикальной и горизонтальной линий (см. рис. 1). Причем, длина линий в масштабе отражает абсолютную погрешность измерения соответствующих величин:

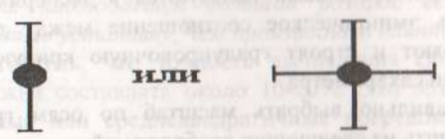
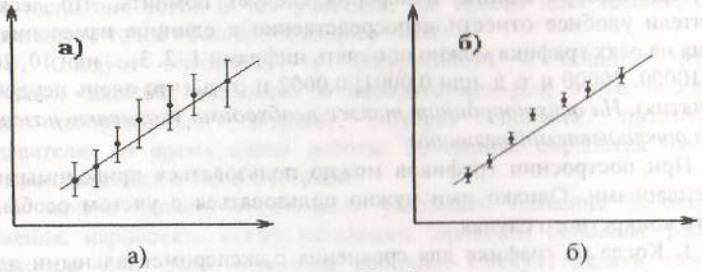


Рис.1

Информация об ошибках на графиках указывается тогда, когда от ошибок может зависеть значимость отклонения экспериментальных данных от теоретической кривой. График с указанными ошибками помогает выяснить расхождение.



а) б)

Рис. 2

Отклонения экспериментальных точек от прямой линии на обоих графиках одинаковы. Но в случае (рис. 2а) отклонение вряд ли значимо, а в случае (рис. 2б), по-видимому, значительно.

Ошибки также обычно указывают еще в одном случае – когда они неодинаковы для разных экспериментальных точек.

Лабораторная работа № 1

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Цель работы: изучение свободных колебаний маятника, определение ускорения свободного падения.

Оборудование: лабораторная установка, секундомер.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь оформленный отчет с расчетами в системе единиц «СИ» и заполненной таблицей.
2. Ответить на вопросы:
   1) Что называется математическим маятником?
   2) От чего зависит период колебаний математического маятника?
   3) Что такое колебания?
   4) Какие колебания называются гармоническими?
   5) Записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Каково его решение?

Краткая теория

В строительной физике важным является вопрос обеспечения надёжности и долговечности конструкций подверженных циклическим нагружениями, например, в результате вибраций от работающих станков, двигателей различного назначения, компрессоров, пружинных амортизаторов, консолей и т.д. Такие процессы могут быть проанализированы с точки зрения теории гармонических колебаний.

Рассмотрим колеблющуюся механическую систему, положение которой может быть задано с помощью одной переменной, которую мы обозначим через «x». В этом случае потенциальная энергия системы будет функцией этой переменной, т.е. $U = U(x)$. Допустим, что эта система в процессе движения проходит положение устойчивого равновесия. В этом положении $U(x)$ имеет минимальное значение. Условимся величину «x» и потенциальную энергию отсчитывать от этого положения равновесия и тогда

$U(0) = 0$.

Разложим функцию $U(x)$ в ряд Тейлора по степеням «x»

$$U(x) = U(0) + U'(0) \cdot x + \frac{1}{2} U''(0) \cdot x^2 .$$

Ограничиваясь малыми колебаниями, будем пренебрегать высшими степенями «x». Тогда учитывая, что $U(0) = 0$, $U'(0) = 0$ и обозначив $U''(0) = k$, получим

$$U(x) = \frac{kx^2}{2}.$$

Коэффициент k называется жесткостью. Эта величина является характеристикой системы в целом.

По определению, сила, действующая на систему, $F_x = -\frac{dU}{dx}$ и значит в нашем случае

$$F_x = -kx .$$

Силы, определяемые по этой формуле, независимо от их природы, получили название квазиупругих сил.

Система, движущаяся под действием квазиупругой силы, называется одномерным гармоническим осциллятором.

По второму закону Ньютона, для одномерного гармонического осциллятора можно получить

$$ma = -kx .$$

Это выражение можно преобразовать к виду

$$x'' + \omega_0^2 x = 0 ,$$

где $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ - собственная частота колебаний системы.

Мы получили уравнение движения одномерного гармонического осциллятора. Его решение $x = x_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, где x_0 и φ_0 - произвольные постоянные задаваемые начальными условиями.

Примером системы, совершающей гармонические колебания, является тело, подвешенное на длинной нити (маятник).

Период колебаний маятника определяется по приближенной формуле, пригодной только для малых амплитуд:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}, \tag{1.1}$$

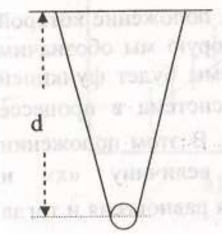


Рис. 1

где I - момент инерции маятника относительно оси колебаний,

m - масса маятника,

d – расстояние от оси до центра масс маятника,

g – ускорение свободного падения.

В настоящей работе проводится проверка

соотношения (1.1) в случае, когда маятник можно приближенно считать математическим, т.к. масса маятника сосредоточена в области, размеры которой малы по сравнению с длиной маятника.

Исследуемый в данной работе маятник представляет собой стальной шарик радиусом R на бифилярном подвесе, тонкая нить проходит через центр масс шарика. Длина подвеса может регулироваться, период колебаний маятника с высокой точностью измеряется электронным секундомером (рис. 1).

Пренебрегая моментом инерции нити, ввиду его малости, запишем момент инерции маятника в виде

$$I = I_C + md^2 = \frac{2}{5} mR^2 + md^2 . \tag{1.2}$$

Соотношение (1.2) следует из теоремы Штейнера.

В первом приближении, с учетом того, что $d >> R$ можно получить

$$I = md^2 . \tag{1.3}$$

В этом приближении момент инерции определяется, очевидно, с небольшой относительной систематической погрешностью

$$\Delta = \frac{\Delta I}{I} = \frac{2}{5}\left(\frac{d}{R}\right)^2 \tag{1.4}$$

которую в условиях опыта легко оценить. С учетом (1.3) период колебания маятника можно записать в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}} . \tag{1.5}$$

Он, как и должно быть, совпадает с периодом колебаний математического маятника, длина которого равна d.

Из (1.5) можно найти выражение для ускорения свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2 d}{T^2} . \tag{1.6}$$

Экспериментальная часть

Соотношение (1.6) позволяет опытным путем определить ускорение свободного падения. Для этого необходимо измерить период колебания маятника T и длину подвеса d.

Но прежде необходимо выяснить, применимо ли соотношение (1.6) для лабораторной установки. Так как соотношение (1.1) справедливо для идеализированной модели физического маятника, то и соотношение 6 справедливо только в рамках этой модели.

При выводе соотношения (1.1) были сделаны следующие предположения:

- маятник совершает колебания с малой амплитудой;

- затуханием колебаний можно пренебречь.

Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением проверяем, что периоды колебаний реального маятника при малых амплитудах (порядка $2 - 10°$) мало отличаются друг от друга. Для этого измеряется период колебания маятника при различных значениях амплитуды в пределах $2 - 3°$ до $10 - 12°$. Для определения периода колебаний необходимо определить время t, в течение, которого маятник совершает N колебаний и по формуле $T = \frac{t}{N}$ рассчитать период колебания. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1

A	2°	4°	6°	8°	10°
t					
T					

2. Колебания реального маятника постепенно затухают. Количественную оценку величины поправки ΔT к периоду, с учетом затухания, можно получить, если учесть трение.

В этом случае частота колебаний определяется по формуле:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

где $\omega_0^2 = \frac{g}{d}$ - собственная частота колебаний, а β - коэффициент затухания, определяемый трением в точках подвеса маятника и силой сопротивления воздуха (рис. 1).

Коэффициент затухания β выражается через число колебаний N_e, в течение которых амплитуда колебаний уменьшается в $e = 2,78$ раз.

$$\beta = \frac{1}{N_e \cdot T}$$

Учитывая эти соотношения можно получить

$$T = T_0\left(1 + \frac{1}{8\pi^2 N_e^2}\right).$$

Таким образом

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{8\pi^2 \cdot N_e^2} \qquad (1.7)$$

Ясно, что уже при $N_e = 10$ относительная погрешность измерения, обусловленная трением, меньше 0,1% и ею можно пренебречь.

На опыте определите число колебаний N_e, в течение которых амплитуда колебаний маятника уменьшается в три раза. По формуле (1.7) оцените влияние затухания на период колебания.

3. Вычислите наименьшую длину подвеса маятника d_{min}, при которой с точностью до 0,5% можно рассчитывать момент инерции маятника по

формуле (1.3). Для этого в формуле (1.4) принять $\Delta = 0,005$ и вычислить d_{min}.

4. Проверьте, подтверждается ли на опыте линейная зависимость между квадратом периода колебаний и длиной маятника. Для этого измерьте период колебания маятника для четырех – пяти длин подвеса в пределах от d_{max} до d_{min}. При измерениях амплитуда колебаний должна быть малой. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1.

№	d, м	N	T, C	T, c	g, м/с^2	$g_{ср}$, м/с^2	ε %
1							
2							
3							
4							
5							

5. По результатам измерений построить график зависимости квадрата периода колебаний от длины маятника, в координатах (d, T^2).

6. Определите ускорение свободного падения и оцените погрешность измерения.

Лабораторная работа № 2

ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Цель работы: определить момент инерции физического маятника (металлической пластины) относительно нескольких произвольных осей вращения.

Оборудование: металлическая пластина, секундомер, линейка.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь отчет о работе.
2. Ответить на вопросы:
   1) Что называется гармоническим колебанием?
   2) Что такое фаза, период, амплитуда колебания?
   3) Что называется физическим маятником? Чему равен период его колебания (формула)?
   4) Что называется моментом инерции материальной точки относительно оси вращения?
   5) Знать формулы для расчета моментов инерции стержня, шара, диска, кольца относительно оси вращения, проходящей через их центр

масс?

6) Как рассчитать моменты инерции этих тел относительно оси вращения, не совпадающей с центром масс?

Краткая теория

Гармоническим колебанием называется периодическое колебательное движение, при котором координаты положения тела меняются во времени по закону синуса или косинуса.

Функция описывающая гармоническое колебание имеет вид:

$$x = A\cdot\sin(\omega t+\varphi) = A\cdot\sin\left(\frac{2\pi\cdot t}{T}+\varphi\right) = A\cdot\sin(2\pi\nu t+\varphi), \qquad (2.1)$$

где x – расстояние отклонения от положения равновесия материальной точки (тела) в любой момент времени, A – амплитуда колебания: наибольшее отклонение от положения равновесия, T – период колебания: время, в течение которого совершается одно полное колебание, $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебания: величина, характеризующая положение и направление колеблющегося тела в любой момент времени, φ – начальная фаза колебания (отсчет производится не от положения равновесия), ω – круговая (циклическая) частота, ν - частота колебаний (число колебаний в единицу времени).

Если начальная фаза равна 0, то уравнение (3.1) примет вид:

$$x = A\cdot\sin\omega t, \quad \text{т. к. } \nu = \frac{1}{T} \text{ и } \omega = 2\pi\nu \qquad (2.2)$$

Гармонические колебания совершаются только при малых углах отклонения колеблющегося тела относительно положения равновесия. Известно несколько основных видов маятников совершающих гармонические колебания (математический, физический, пружинный). В данной работе нас интересует физический маятник.

Физическим маятником называется твердое тело, укрепленное на неподвижной оси вращения, не совпадающей с центром масс тела, и совершающее колебания относительно этой оси (рис. 2).

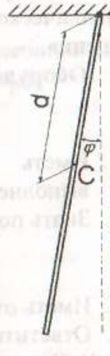


Рис.2.

На основании уравнения гармонического колебания и основного уравнения динамики вращательного движения выводится формула **периода колебаний физического маятника**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m\cdot g\cdot d}}, \qquad (2.3)$$

где I – момент инерции физического маятника относительно оси подвеса, d – расстояние от оси подвеса до центра масс маятника, m – масса маятника, g – ускорение свободного падения.

Тогда из (2.3) получаем для экспериментального определения момента

инерции металлической пластины выражение:

$$I_{эксп} = \frac{mgd\cdot T^2}{4\pi^2}, \qquad (2.4)$$

Эта формула применяется также для нахождения экспериментальных значений моментов инерции тел сложной конфигурации относительно произвольных осей вращения.

Теоретическое значение моментов инерции тел относительно произвольной оси рассчитывается по **теореме Штейнера**

$$I_T = I_0 + m\cdot d^2, \qquad (2.5)$$

где I_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр его масс, d – расстояние между указанными осями вращения.

Известно, что для стержня

$$I_c = \frac{m\cdot l^2}{12}, \qquad (2.6)$$

где m – масса стержня, l – его длина.

Экспериментальная часть

Задание 1. Ось вращения проходит через конец пластины (рис. 3а).

1. Рассчитайте теоретическое значение момента инерции относительно этой оси по формулам (2.5) и (2.6), где m = 4,25 кг, l = 1,6 м, d = 0,8 м.
2. Отклоните пластину на небольшой угол φ от положения равновесия ($\angle 10°$) и с помощью секундомера определите время t, за которое он совершит n = 10, 20, 30 полных колебаний. Результаты занесите в таблицу 1.

n	10	20	30
t, c			
T, c			

Рис.3.

3. Рассчитайте для каждого случая период колебания по формуле

$$T = \frac{t}{n}.$$

4. Затем найдите среднее значение периода колебаний по формуле: $T_{ср} = \frac{1}{3}(T_1 + T_2 + T_3)$.
5. Вычислите опытное значение момента инерции по формуле (2.4) для данного значения расстояния d (которое следует измерить).
6. Рассчитайте погрешность измерения по формуле:

$$\varepsilon = \frac{|I_T - I_{ср}|}{I_T}\cdot 100\%$$

Задание 2. Ось вращения приблизить к центру масс (рис. 3б).

1. Рассчитайте теоретическое значение по формуле (2.5), где m = 4,25 кг, l = 1,6 м, d = 0,4 м.
2. Повторите опыт аналогично пункту 2 задания 1.
3. Рассчитайте опытное значение момента инерции по формуле (2.4).
4. Рассчитайте погрешность опыта.
5. Сделайте вывод, как изменился момент инерции с уменьшением расстояния от оси вращения до центра масс.

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Цель работы: определить момент инерции твердого тела.

Оборудование: два концентрических диска (пластмассовый и металлический), закрепленных вместе, секундомер, линейка, набор грузов.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь оформленный отчет с расчетами в системе единиц «СИ» и заполненной таблицей.
2. Ответить на вопросы:
   1) Что называется моментом инерции материальной точки?
   2) Что называется моментом инерции твердого тела? В каких единицах он измеряется?
   3) Как запишутся формулы для вычисления моментов инерции геометрически правильных тел (обруч, диск, стержень, шар)?
   4) Как читается теорема Штейнера? Записать формулу.
   5) По какой формуле рассчитывается кинетическая энергия вращающегося тела?

Краткая теория

Известно, что инертные свойства тела при вращательном движении характеризует момент инерции. Явления такого характера встречаются в строительной механике при работе машин и грузоподъёмных механизмов, различных турбин, роторных бетономешалок и т.п.

Момент инерции I_i материальной точки массой m_i, находящейся на расстоянии r_i от оси вращения, численно равен произведению массы точки на квадрат этого расстояния:

$$I_i = m_i \cdot r_i^2 . \qquad (3.2)$$

Для вычисления момента инерции какого-либо тела его делят на множество достаточно малых i - элементов, каждый из которых может быть приближенно принят за материальную точку. Для каждого из этих элементов вычисляют момент инерции, сумма которых и составит момент инерции всего тела.

Моментом инерции тела относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме моментов инерции материальных точек, составляющих данное тело:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2 . \qquad (3.3)$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу:

$$I = \int r^2 \cdot dm = \int_V r^2 \cdot \rho \cdot dV , \qquad (3.4)$$

где ρ – плотность вещества и интегрирование производится по всему объему тела – V.

Подобным образом вычисляются моменты инерции однородных тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через центр масс этих тел. Рассмотрим в качестве примера несколько таких тел:

обруч, тонкостенный цилиндр радиусом R и массой m:

$$I_c = m \cdot R^2 ; \qquad (3.5)$$

тонкий однородный круглый диск, круглый сплошной цилиндр радиусом R и массой m:

$$I_c = \frac{m \cdot R^2}{2} ; \qquad (3.6)$$

тонкий прямой стержень массой m и длинной l:

$$I_c = \frac{m \cdot l^2}{12} ; \qquad (3.7)$$

однородный сплошной шар массой m и радиусом R:

$$I_c = \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{5} . \qquad (3.8)$$

Момент инерции в СИ измеряется в кг · м².

Моменты инерции тел зависят от того, где проходит закрепленная ось вращения. Нахождение моментов инерции тела при параллельном произвольном переносе его оси вращения можно рассчитать, если воспользоваться **теоремой Штейнера**:

Момент инерции тела I относительно произвольной оси вращения равен его моменту инерции I_0 относительно оси вращения, параллельной данной и проходящей через центр массы тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния d между параллельными осями.

$$I = I_0 + md^2. \tag{3.9}$$

Для тел неоднородных или сложной геометрической формы момент инерции обычно определяют опытным путем.

При этом следует помнить, что кинетическая энергия поступательного движения тела определяется по формуле:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}. \tag{3.10}$$

Здесь линейная – υ и угловая – ω скорости связаны соотношением:

$$\upsilon = \omega \cdot R. \tag{3.11}$$

Экспериментальная часть

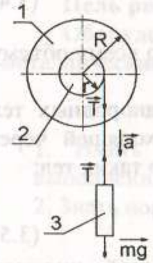


Рис.4. Система диск-шкив

Установка для определения момента инерции содержит пластиковый диск 1 и металлический шкив 2 на который наматывается нить с гирей 3 на конце (рис 4).

Опускаясь под действием силы тяжести гири $m\vec{g}$, нить разматывается и вращает систему диск-шкив в соответствии с основным законом динамики вращательного движения:

$$M = I \cdot \varepsilon, \tag{3.12}$$

где M – момент силы относительно оси вращения; I – момент инерции относительно оси вращения (величина, которую нужно определить); ε – угловое ускорение.

Поскольку момент силы трения в оси вращения очень мал, то мы им пренебрегаем.

Тогда из (3.12) получаем:

$$I = \frac{M}{\varepsilon}. \tag{3.13}$$

Если T – сила натяжения нити, а r – плечо силы (оно равно радиусу шкива, на который наматывается нить), то

$$M = T \cdot r. \tag{3.14}$$

Пусть m – масса падающей гири, g – ускорение свободного падения, a – ускорение падения гири, тогда второй закон Ньютона для поступательного движения груза запишется выражением:

$$m \cdot g - T = m \cdot a, \tag{3.15}$$

откуда получаем, что:

$$T = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a). \tag{3.16}$$

Подставляя (3.16) в (3.14), а затем в (3.13), получим

$$I = \frac{m \cdot r \cdot (g - a)}{\varepsilon} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot \left(1 - \frac{a}{g}\right)}{\varepsilon}. \tag{3.17}$$

Из формулы $h = \frac{a \cdot t^2}{2}$ для пути ускоренного движения тела без начальной скорости (процесс падения гири) определим ускорение:

$$a = \frac{2 \cdot h}{t^2}, \tag{3.18}$$

где h – высота падения гири, t – время ее падения.

Тогда угловое ускорение ε можно рассчитать из соотношения:

$$\varepsilon = \frac{a}{r}. \tag{3.19}$$

Подставляя (3.18) и (3.19) в (3.17), получим

$$I = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot \left(1 - \frac{a}{g}\right)}{\frac{2h}{t^2 r}} = \frac{m \cdot g \cdot r^2 \cdot t^2 \left(1 - \frac{a}{g}\right)}{2h}. \tag{3.20}$$

Учитывая, что в наших опытах $\frac{a}{g} \ll 1$, окончательно получим выражение для экспериментального определения момента инерции системы диск-шкив:

$$I = \frac{m \cdot g \cdot r^2 \cdot t^2}{2h}. \tag{3.21}$$

Теоретическое значение момента инерции системы диск-шкив относительно оси, проходящей через центр масс, можно рассчитать по формуле

$$I_T = I_1 + I_2 = \frac{m_1 R^2}{2} + \frac{m_2 r^2}{2}, \tag{3.22}$$

где m_1 и m_2 – массы диска и шкива, а R и r их радиусы.

Порядок выполнения работы

1. По формуле (3.22) рассчитайте теоретическое значение момента инерции I_T системы диск-шкив.
2. Подвесьте гирьку m = 0,1 кг на высоте h = 1,5 м от пола и секундомером определите три раза время t движения гирьки до удара о пол и рассчитайте среднее значение времени падения:

$$t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}.$$

3. Затем определите опытное значение $I_{оп1}$ момента инерции системы диск-шкив по формуле (3.21).
4. Повторите опыт с гирьками массами 0,2 кг и 0,3 кг и рассчитайте соответствующие моменты инерции $I_{оп2}$, $I_{оп3}$.

5. Определите среднее экспериментальное значение момента инерции системы диск-шкив:

$$I_{cp} = \frac{I_{on1} + I_{on2} + I_{on3}}{3}. \tag{3.23}$$

6. Используя величины (3.22) и (3.23) рассчитайте погрешность измерений:

$$\varepsilon = \frac{|I_T - I_{cp}|}{I_T} \cdot 100\%$$

7. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу 1.

Таблица 1

№ пп.	Диск		Шкив		I_T, кг·м²	m, кг	t, с	I_{on}, кг·м²	I_{cp}, кг·м²	ε, %
	m_1, кг	R, м	m_2, кг	r, м						
1.										
2.										
3.										

8. Сделайте вывод из результатов проделанной работы.

Лабораторная работа № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

Цель работы: определить модуль Юнга для стальной проволоки.

Оборудование: прибор Лермантова, проволока из стали, чувствительный индикатор, набор грузов.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь окончательно оформленную работу с заполненными таблицами, расчетами, выполненными в СИ.
2. Дать определения следующих понятий и законов:
   1) Деформации, виды деформаций и их физические характеристики. Упругость и пластичность.
   2) Механическое напряжение, единицы измерения в СИ.
   3) Закон Гука для абсолютного и относительного удлинения.
   4) Модуль Юнга (его формулы и формулировки), физический смысл и единицы измерения в СИ.
   5) Где в сельском хозяйстве и пищевой технологии проявляются деформации.

Краткая теория

Прочностные характеристики строительных конструкций являются одним из факторов, определяющих прочность и долговечность работы машин и механизмов различного назначения. Кроме того, для целого ряда сельскохозяйственных культур (лен, хлопок, древесина и др.) такие параметры, как модуль Юнга, предел прочности и т. д., имеют большое значение при определении их качества и влияют на дальнейшую переработку и эксплуатацию изделий из них.

Под действием внешних сил тела меняют форму и размер, т.е. составляющие их частицы смещаются друг относительно друга.

Изменение формы и размеров тела под действием внешних сил называется **деформацией**.

Все виды деформаций (растяжение, сжатие, сдвиг, изгиб, кручение) можно свести к деформации растяжения – сжатия. При изгибе верхняя часть работает на растяжение, нижняя – на сжатие. Средняя часть почти не оказывает сопротивления изгибу. Это обстоятельство учитывается в технике и находит отражение в природе. Например, стебли злаковых растений и кости птиц имеют трубчатое строение, неокрепшие листья бывают свернуты трубкой.

Если после снятия деформирующей силы тело восстанавливает свою форму, то такая деформация называется **упругой**, если же не восстанавливает – **остаточной**.

Деформация приводит к возникновению внутри тела упругих сил. Природа их определяется межатомными и молекулярными силами. Изменение межатомных расстояний приводит к появлению сил отталкивания или притяжения между атомами. Эти упругие силы равны по величине внешним силам, но направлены в противоположную сторону.

Происходящие в образцах деформации подчиняются **закону Гука**, который выполняется только для упругих деформаций (т. е. когда сила упругости не очень велика):

$$F_y = -k \cdot \Delta l, \tag{4.1}$$

где F_y – сила упругости, k – коэффициент жесткости (например, пружины).

Из рис.5 $F_y = -F$, где F – деформирующая сила, то закон Гука запишется

$$F = k \cdot \Delta l. \tag{4.2}$$

Закон Гука для абсолютного удлинения формулируется так: *в пределах упругих деформаций силы упругости прямо пропорциональны величине деформации.*

Пусть к нижнему концу закрепленного стержня длиной l_0 и площадью поперечного сечения S приложена деформирующая сила F (рис. 5).
Стержень удлинится на Δl, и в нем возникнет сила упругости $F_y = -F$. Величину Δl, представляющую собой разность между конечной и начальной длинами стержня, называют абсолютным удлинением стержня:

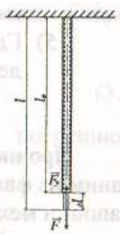


Рис. 5

$$\Delta l = l - l_0 . \tag{4.3}$$

Эта величина не может служить мерой деформации, т. к. зависит от первоначальной длины стержня. Мерой деформации служит относительное удлинение ε, представляющее собой отношение абсолютного удлинения к первоначальной длине стержня (это безразмерная величина):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{4.4}$$

Закон Гука для деформации одностороннего растяжения: относительное удлинение прямо пропорционально деформирующей силе и обратно пропорционально площади поперечного сечения стержня.

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\cdot\frac{F}{S}, \tag{4.5}$$

где E – коэффициент, характеризующий упругие свойства вещества и называемый модулем упругости, или модулем Юнга.

Отношение $\frac{F}{S} = \sigma$ называется **механическим напряжением.** Тогда равенство (4.5) можно представить в виде:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \text{ или } \sigma = \varepsilon \cdot E \tag{4.6}$$

Чтобы выяснить физический смысл модуля Юнга, в формуле (4.4) полагая $\Delta l = l_0$, получим $\varepsilon = 1$ и $E = \sigma$, т.е. **модуль Юнга вещества равен механическому напряжению, при котором стержень растягивается вдвое.**

Модуль Юнга выражается в паскалях (Па). Фактическое удвоение длины можно получить у резины и ряда полимерных материалов. Другие материалы разрушаются раньше, чем длина образца удвоится.

Экспериментальная часть

Определение модуля Юнга методом растяжения. Из формулы (4.5), выражающей закон Гука для относительного удлинения, выразим значение модуля Юнга:

$$E = \frac{Fl_0}{S\Delta l}.$$

Из рис. 5 следует $F = P = mg$ – сила тяжести груза, растягивающего проволоку, тогда:

$$E = \frac{mgl_0}{S\Delta l}, \tag{4.7}$$

где S – сечение образца цилиндрической формы, определяемое формулой

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}, \tag{4.8}$$

здесь d – диаметр исследуемой проволоки.

Подставив (4.8) в (4.7), получим рабочую формулу для определения модуля Юнга:

$$E = \frac{4mgl_0}{\pi \cdot d^2 \cdot \Delta l}. \tag{4.9}$$

Выделим в этой формуле постоянные величины и рассчитаем константу, взяв данные из паспорта работы для величины l_0, d:

$$C = \frac{4gl_0}{\pi d^2}. \tag{4.10}$$

Тогда рабочая формула для опытного нахождения модуля Юнга примет вид:

$$E = \frac{C \cdot m}{\Delta l}. \tag{4.11}$$

Порядок выполнения работы

1. Запишите паспортные данные установки (l_0 = 1,6 м, $d = 5\cdot10^{-4}$, $E_T = 21\cdot10^{10}$ Па) и рассчитайте константу по формуле (4.10).
2. Поворотом внешнего кольца установите «0» на индикаторе.
3. Нагрузите проволоку одним из грузов, рассчитайте абсолютное удлинение проволоки по формуле $\Delta l = z \cdot n$, где z – цена деления индикатора, n – показания индикатора.
4. Рассчитайте модуль Юнга по формуле (4.11).
5. Повторите опыт два раза, меняя нагрузку.
6. Опытные данные занесите в таблицу 1

Таблица 1

№	1	2	3	4	5	6
m, кг						
n						
Δl, м						
E, Па						

7. По данным таблицы 1 рассчитайте среднее значение модуля Юнга – $E_{ср}$.
8. Рассчитайте погрешность опыта, взяв значение модуля Юнга $E_т$ таблиц, по формуле

$$\varepsilon = \frac{|E_T - E_{ср}|}{E_T} \cdot 100\%. \tag{4.12}$$

9. Обсудите величину ошибки эксперимента и причин ее появления.

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

Цель работы: определить коэффициент динамической вязкости касторового масла.

Оборудование: цилиндр с касторовым маслом, секундомер, свинцовые шарики, микрометр, вискозиметры.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь оформленный отчет, расчеты, сделанные в СИ, оценки погрешностей и выводов.
2. Ответить на вопросы:
   1) Как записывается уравнение Ньютона для внутреннего трения?
   2) Что показывает градиент скорости? В каких единицах он измеряется?
   3) Каков физический смысл коэффициента динамической вязкости? В каких единицах он измеряется?
   4) Записать уравнение Стокса.
   5) От чего зависит сила трения при движении тел шарообразной формы в вязкой среде?
   6) Какие силы действуют на падающий в вязкой среде шарик, и каков характер движения шарика?
   7) Какую роль играет на практике вязкость жидкостей?

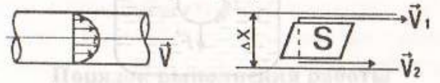
Краткая теория

Явления переноса, одним из которых является вязкость, находят непосредственное применение в строительной теплотехнике при анализе транспортировки растворов в каналах, движения средств доставки грузов в жидкой или газовой средах и т.п.

Внутреннее трение (вязкость) – это свойство реальных жидкостей (или газов) благодаря которому выравнивается скорость движения различных слоев. Вязкость проявляется в том, что возникающее в жидкости движение после устранения причин, его вызывающих, постепенно прекращается.

Внутреннее трение относится к явлениям переноса. Рассмотрим медленное течение жидкости в трубе под действием постоянной внешней

разности давлений, направленной вдоль движения (рис. 6а). Скорости движения разных слоев в ней будут неодинаковы: наибольшее ее значение в центре и минимальное (близкое к нулю) – у стенок.



а) б)

Рис. 6.

Это связано с тем, что, наряду с направленным движением вдоль трубы, молекулы жидкости из-за хаотического (теплового) движения переходят из слоя в слой.

При таком переходе происходит перенос импульса направленного движения из слоя в слой, что приводит к ускорению слоя, движущегося более медленно, и замедлению слоя, движущегося быстрее.

Сила внутреннего трения, возникающая при относительном перемещении слоев жидкости, определяется **формулой Ньютона**:

$$F_{TP} = -\eta S\,\frac{\Delta \upsilon}{\Delta x}, \qquad (5.1)$$

где η – коэффициент внутреннего трения (динамической вязкости) жидкости, $\dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta x}$ – градиент скорости – векторная величина, направленная перпендикулярно вектору скорости и показывающая изменение скорости на единице расстояния между слоями (рис. 6б), измеряется в с$^{-1}$, S – площадь соприкасающихся слоев.

Из (5.1) следует:

$$\eta = \left|\frac{F_{TP}}{\dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta x}\,S}\right|. \qquad (5.2)$$

Для выяснения физического смысла коэффициента *η подставим* в уравнении (5.2) $\dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta x} = 1\ c^{-1}$, а S=1м^2.

Тогда $\eta = |F_{TP}|$, т. е. **коэффициентом динамической вязкости** называется физическая величина, численно равная силе внутреннего трения, действующей на единицу площади соприкасающихся слоев, при градиенте скорости равном 1 (единице).

В системе «СИ» коэффициент динамической вязкости измеряется в Па · с.

Экспериментальная часть

Коэффициент динамической вязкости может быть измерен **методом Стокса,** который основан на измерении скорости шарика, равномерно падающего в вязкой среде.

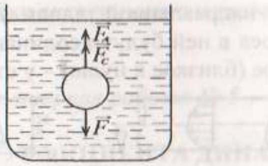


Рис. 7

На шарик, свободно падающий в вязкой среде, действуют следующие силы (рис. 7):

1) сила тяжести шарика:

$$F = mg = \rho_2 V g = \frac{4\pi r^3 \rho_2 g}{3}, \tag{5.3}$$

где m – масса шарика, g – ускорение силы тяжести, ρ_2 – плотность материала шарика, V – объем шарика, r – радиус шарика;

2) выталкивающая сила Архимеда:

$$F_A = \rho_1 V g = \frac{4\pi r^3 \rho_1 g}{3}, \tag{5.4}$$

где F_A – равна весу вытесненной шариком жидкости, $4\pi r^3/3$ – объем вытесненной шариком жидкости, ρ_1 – плотность жидкости;

3) сила сопротивления движению (сила Стокса), обусловленная силами внутреннего трения между слоями жидкости, которая для малых скоростей падения небольших шарообразных тел, как показал Стокс, равна:

$$F_c = 6\,\pi\, r\, \eta\, \upsilon. \tag{5.5}$$

где υ – скорость падения шарика, r – радиус шарика.

Вначале шарик движется ускоренно, но по мере увеличения скорости падения шарика сила сопротивления F_c будет тоже возрастать, и наступит такой момент, когда сила тяжести уравновесится выталкивающей силой и силой сопротивления:

$$F = F_C + F_A. \tag{5.6}$$

Движение шарика станет равномерным.

Подставляя в (5.6) соответствующие значения (5.3), (5.4) и (5.5), получим

$$\frac{4\pi r^3 \rho_2 g}{3} = \frac{4\pi r^3 \rho_1 g}{3} + 6\pi r \eta \upsilon \quad \text{или}$$

$$6 r \pi \eta \upsilon = \frac{4\pi r^3 \rho_2 g}{3} - \frac{4\pi r^3 \rho_1 g}{3} \tag{5.7}$$

Из уравнения (5.7) определим коэффициент динамической вязкости

$$\eta = \frac{\left[2 g r^2 (\rho_2 - \rho_1)\right]}{9\upsilon} = \frac{g d^2 (\rho_2 - \rho_1) t}{18 \cdot h} \tag{5.8}$$

где $d = 2r$ – диаметр шарика, h – расстояние его падения по вертикали.

В формуле (5.8) выражение

$$C = \frac{\left[g(\rho_2 - \rho_1)\right]}{18 \cdot h} \tag{5.9}$$

постоянное, поэтому рабочая формула приобретает вид

$$\eta = C \cdot d^2 \cdot t. \tag{5.10}$$

Порядок выполнения работы

Задание 1

1. Найдите в таблице и запишите плотности касторового масла и свинца и рассчитайте константу C по формуле (5.9).
2. Микрометром измерьте диаметр шарика и его значение запишите в таблицу 1.
3. Опустите шарик в цилиндр с касторовым маслом ближе к оси, и секундомером измерьте время t прохождения шариком расстояние h между метками «а» и «б» (h = 0,2 м).
4. Рассчитайте коэффициент динамической вязкости по формуле (5.10).
5. Повторите указанный опыт 6 раз и занесите данные в таблицу 1.

Таблица 1

№	1	2	3	4	5	6
d, м						
t, с						
η, Па·с						

6. По данным таблицы 1 рассчитайте среднее значение величины $\eta_{ср}$.
7. Истинное значение коэффициента динамической вязкости η_T, выпишите из таблицы в соответствии с температурой масла на время измерений.
8. Рассчитайте погрешность измерений по формуле

$$\varepsilon = \frac{\left|\eta_T - \eta_{ср}\right|}{\eta_T} \cdot 100\% \tag{5.11}$$

Задание 2

1. Проделайте те же измерения и расчеты, что и в пунктах 1-8 задания 1 для раствора глицерина в воде (95 %).
2. Заполните таблицу 2, аналогично таблице 1.
3. Рассчитайте погрешность измерений по формуле (5.11).
4. Сравните результаты измерений с табличными и проанализируйте их.

Лабораторная работа № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ

Цель работы: определить коэффициент поверхностного натяжения (КПН) дистиллированной воды при комнатной температуре.

Оборудование: чашка с водой, алюминиевые кольца, пружинный динамометр, линейка, капельница, аналитические весы.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь отчет о данной лабораторной работе с заполненными таблицами и графиками.
2. Ответить на вопросы:
   1) Что называется КПН? Формула. Единицы его измерения.
   2) Что такое свободная энергия поверхности жидкости?
   3) Какие вещества называются поверхностно активными?
   4) Чем объясняется смачивание жидкостью поверхности твердого тела?
   5) Какую форму имеет поверхность смачивающей и несмачивающей жидкости? Изобразить схематически.
   6) Чем обусловлено и как направлено дополнительное давление? Формула.
   7) Как объяснить капиллярные явления? Как рассчитать высоту подъема жидкости в капиллярной трубке?
   8) Как в природе и на практике проявляется поверхностное натяжение и капиллярные явления?

Краткая теория

На молекулы жидкости, расположенные на ее поверхности со стороны других молекул действуют силы, направленные внутрь жидкости, вследствие чего поверхностный слой жидкости производит на остальные слои молекулярное давление, в результате которого жидкость принимает такую форму, чтобы поверхность ее была наименьшей при данном объёме (роса в форме шарика).

Напряженное состояние поверхностного слоя жидкости называется поверхностным натяжением и вызвано силами притяжения между молекулами этого слоя.

Сумма сил притяжения, действующих на контур, ограничивающий поверхность жидкости, называется силой поверхностного натяжения. Отношение силы поверхностного натяжения, действующей на контур, ограничивающий поверхность жидкости, к длине этого контура называется **коэффициентом поверхностного натяжения**:

$$\alpha = \frac{F}{l}. \qquad (6.1)$$

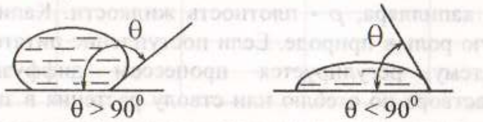
Измеряется коэффициент поверхностного натяжения в Н/м.

При растяжении поверхности жидкости из глубины жидкости извлекаются молекулы, совершается работа против молекулярных сил, потенциальная энергия поверхности жидкости увеличивается. При уменьшении поверхности молекулярные силы сами совершают работу по затягиванию молекул внутрь и потенциальная энергия поверхности уменьшается. Эта энергия называется **свободной энергией поверхности жидкости** W. КПН может быть определен как отношение свободной энергии поверхности жидкости к площади этой поверхности и измеряется в $\frac{Дж}{м^2}$,

$$\alpha = \frac{W}{S}. \qquad (6.2)$$

Величина КПН меняется от находящихся в жидкости примесей. Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение, называются **поверхностно активными веществами** – ПАВ (нефть, спирт, эфир, мыло). Соль и сахар увеличивают силу поверхностного натяжения. На действии ПАВ основан метод борьбы с малярийными комарами, личинки которых тонут, если поверхность зараженного водоема полита нефтью, ослабляющей поверхностное натяжение.

Молекулы жидкости взаимодействуют не только друг с другом, но и с молекулами твердых тел. Если взаимодействие между молекулами самой жидкости больше взаимодействия между молекулами жидкости и твердого тела, то такая жидкость будет несмачивающей (рис. 8а). Если же силы взаимодействия между молекулами жидкости и твердого тела больше сил взаимодействия между молекулами самой жидкости, то жидкость будет смачивающей (рис. 8б).



а) б)

Рис.8

Листья и стебли растений покрыты тонким **воскообразным налетом – кутикулой**, не смачивающейся водой, поэтому не размокают под дождем деревья, стога сена, скирды соломы.

Угол между поверхностью твердого тела и касательной к поверхности жидкости **называется краевым углом смачивания** θ.

Поверхность жидкости (мениск), налитой в сосуд, искривляется у ее стенок: приподнимается в случае смачивающей жидкости (мениск вогнутый – рис. 9а) и опускается в случае несмачивающей жидкости (мениск выпуклый – рис. 9б).

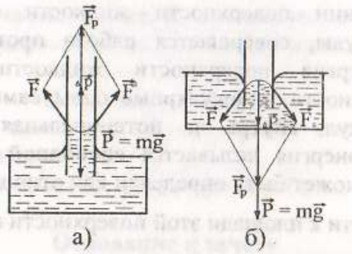


Рис.9

Так как поверхность жидкости стремится сократиться до минимума, то за счет изогнутой поверхности возникает дополнительное давление Δp, определяемое **формулой Лапласа**

$$\Delta p = \pm\alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \qquad (6.3)$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных поверхностей. Знаки «+» и «–» указывают направление дополнительного давления (рис. 8).

Если жидкость налита в узкий цилиндрический сосуд малого диаметра (капиллярные трубки), то за счет дополнительного давления она поднимается вверх по трубке (в случае смачивающей жидкости) на высоту h, определяемую **формулой Жюрена** (рис. 8)

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g r}, \qquad (6.4)$$

где r – радиус капилляра; ρ - плотность жидкости. Капиллярные явления играют, большую роль в природе. Если поступление питательных веществ в корневую систему регулируется процессом диффузии, то подъем питательного раствора по стеблю или стволу растения в значительной мере обусловлен явлением капиллярности: раствор поднимается по тонким капиллярным трубкам, образованным стенками растительных клеток.

По капиллярам почвы поднимается вода из глубинных в поверхностные слои почвы. Уменьшая диаметр почвенных капилляров путем уплотнения почвы можно усилить приток воды к поверхности почвы, то есть к зоне испарения и этим ускорить высушивание почвы. Наоборот, разрыхляя поверхность почвы и создавая тем самым прерывистость в системе почвенных капилляров можно задержать приток воды к зоне испарения, и замедлить высушивание почвы. Именно на этом основаны известные агротехнические приемы регулирования водного режима почвы – прикатка и боронование. Коэффициент поверхностного натяжения можно определить различными методами. В нашей работе он определяется методом отрыва кольца.

Экспериментальная часть

1. Проверьте состояние установки. Плоскость кольца должна быть горизонтальна.

2. Отсчитайте положение указателя «а» на шкале ненагруженного динамометра, затем положение «b», когда на чашку положен груз массой m, выраженной в кг. Вес определите по формуле $P = mg$.
3. Убрав грузик, поднимите кювету с водой при помощи кремальеры до соприкосновения поверхности жидкости с кольцом. Опустите кювету, определите положение «с» указателя в момент отрыва кольца. Опыт повторите 3 раза и возьмите среднее значение.
4. По формуле $k = \dfrac{P}{(b-a)}$ вычислите цену деления шкалы динамометра в Н/дел.
5. По формуле $l = \pi\,(d_1 + d_2)$ (где d_1 и d_2 – внешний и внутренний диаметр кольца) вычислите длину границы поверхностного слоя в метрах, ограниченного кольцом.
6. По формуле $\alpha = \dfrac{k(c-a)}{\pi(d_1+d_2)}$ вычислите коэффициент поверхностного натяжения воды.
7. Найдя по таблице значение коэффициента поверхностного натяжения воды при температуре опыта, найдите погрешность

$$\varepsilon = \frac{\alpha_{теор} - \alpha_{оп.ср}}{\alpha_{теор}} \cdot 100\%.$$

8. Данные занесите в таблицу 1.

Таблица 1

№	1	2	3	4	5	6
a						
c						
(c-a)						
α, Н/м						

Лабораторная работа № 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА

Цель работы: определить абсолютную и относительную влажность воздуха для температуры окружающей среды на время измерения.

Оборудование: психрометр Асмана, психрометр Августа, справочные таблицы.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь оформленный отчет.
2. Ответить на вопросы:
   1) Что называется абсолютной влажностью? Единицы ее измерения.
   2) Какой пар называется насыщенным? Его свойства.
   3) Что называется относительной влажностью?
   4) Как определить точку росы?
   5) Принцип работы психрометра.
   6) Какое значение имеет влажность воздуха в природе и при хранении сельхозпродуктов?
   7) В чем разница между кипением и испарением?

Краткая теория

В строительной теплотехнике возникает необходимость в определении усадочных явлений для грунтов сложной реологии, в которых формируют фундаменты конструкций. Определённую роль в этом могут оказывать эффекты происходящие во влажной среде.

Процесс перехода жидкости в газообразное состояние называется **парообразованием**. Парообразование может происходить двумя путями: 1 – испарением (с поверхности жидкости при любой температуре); 2 – кипением (со всего объема жидкости при температуре кипения).

Вследствие происходящего повсеместно в природе парообразования атмосферный воздух содержит водяной пар. Пар бывает насыщенным и ненасыщенным. Если количество вылетающих из жидкости молекул в единицу времени равно количеству возвращающихся в нее частиц, то такое состояние называется динамическим равновесием пара и жидкости, а пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется **насыщенным паром**. Концентрация молекул воды в нем и производимое им давление будут максимальными, но они будут зависеть от температуры. Чем выше температура, тем выше давление пара.

Содержание водяного пара в воздухе характеризуется абсолютной и относительной влажностью.

Под **абсолютной влажностью воздуха** понимается физическая величина, численно равная массе водяного пара, содержащегося в единице объема воздуха при данной температуре. Обычно абсолютную влажность выражают в *г/м*^{3} или *мм рт. ст.* Так как плотность пара и его давление пропорциональны абсолютной температуре, то часто абсолютную влажность называют упругостью (парциальным давлением).

Ощущение сухости или сырости воздуха связано не с абсолютной влажностью, а с относительной.

Под **относительной влажностью воздуха** понимают отношение абсолютной влажности к ее максимальному значению при данной температуре. Относительная влажность выражается в процентах.

Если обозначить относительную влажность через f, абсолютную через e, а максимальную влажность при той же температуре через E, то

$$f = \left(\frac{e}{E}\right) \cdot 100\%. \qquad (7.1)$$

Разность между упругостью насыщенного водяного пара E и упругостью e водяного пара, фактически имеющегося в воздухе при той же температуре, называют **дефицитом влажности**.

$$Д = E - e. \qquad (7.2)$$

Точка росы τ – температура, при которой находящиеся в воздухе водяные пары становятся насыщенными, т. е. если понижать температуру воздуха, то при τ данный пар будет насыщенным, а при дальнейшем понижении температуры выпадет роса.

Влажность воздуха играет важную роль в жизнедеятельности растений, кроме того, она является одним из параметров, определяющих комфортность условий труда человека. Контроль влажности воздуха и соблюдение ее нормативов снижают потери зерна и готовой продукции. Например, готовые макаронные изделия очень гигроскопичны, поэтому их влажность при хранении не должна быть выше 11%. Если влажность выше 16 %, возникает опасность плесневения.

Испарение увеличивается с повышением температуры и понижением относительной влажности воздуха.

Влажность воздуха может быть определена различными способами.

В нашей работе мы пользуемся двумя:

1. при помощи стационарного психрометра Августа;
2. при помощи аспирационного психрометра Асмана.

Сущность психрометрического определения влажности воздуха

Психрометр представляет собой два одинаковых термометра, укрепленных на штативе. Один из термометров является влажным. Шарик этого термометра обтянут слоем батиста, который, как фитиль, погружен в стаканчик с дистиллированной водой. Уровень воды должен отстоять на 3 см от шарика термометра.

Если воздух содержит ненасыщенные пары, то показания влажного термометра t_B всегда будут ниже показаний сухого термометра t_C, так как вода, испаряясь, будет понижать его температуру. Разность температур ($t_C - t_B$) подчиняется строгой закономерности, на основании которой составлены психрометрические таблицы, по которым, зная температуры воздуха t_C и t_B, можно найти все параметры влажности

Порядок выполнения работы

Определение влажности воздуха психрометром Асмана

1. Смочите дистиллированной водой батист правого термометра, набрав воду пипеткой.
2. Включите вентилятор.
3. Когда стабилизируется температура при работающем вентиляторе,

запишите показания термометра t_C и t_B.

4. Запишите по данным ртутного барометра атмосферное давление Н.
5. По справочной таблице максимальной упругости водяных паров запишите упругость насыщенного пара E, соответствующую температуре сухого термометра, E_1 – соответствующую температуре влажного термометра.
6. Вычислите абсолютную влажность по формуле:

$$e = E_1 - A\,(t_C - t_B)\,H, \qquad (7.3)$$

где А = 0,00066 – коэффициент, зависящий от скорости движения воздуха, обдувающего термометры.

7. Вычислите относительную влажность воздуха по формуле (7.1).
8. Вычислите дефицит влажности по формуле (7.2).
9. Определите точку росы по таблице максимальной упругости водяного пара.
10. Результаты измерений занесите в таблицу 1.

Таблица 1

Показания термометра, ^{0}C		Макс. упругость водяного пара, мм. рт. ст.		Барометрическое давление, мм. рт. ст.	Абс. влажность, мм. рт. ст.	Отн. влажность, %	Дефицит, мм. рт. ст.	Точка росы, ^{0}C
t_C	t_B	E	E_1	H	e	f	$Д$	τ

Определение влажности воздуха психрометром Августа

1. Проверьте состояние прибора и положение батиста, смоченного водой.
2. Запишите показания термометров t_C и t_B.
3. По таблице максимальной упругости водяного пара запишите значение E, соответствующее t_C.
4. По психрометрической таблице найдите относительную влажность f.
5. Вычислите абсолютную влажность по формуле $e = \dfrac{f\,E}{100\%}$.
6. Вычислите дефицит влажности по формуле (7.2).
7. Найдите точку росы по таблице максимальной упругости водяного пара.
8. Полученные данные внесите в таблицу 2.

Таблица 2

Показания термометра, ^{0}C		Макс. упругость водяного пара, мм. рт. ст.	Отн. влажность, %	Абс. влажность, мм. рт. ст.	Дефицит, мм. рт. ст.	Точка росы, ^{0}C
t_C	t_B	E	f	e	$Д$	τ

Лабораторная работа № 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АДИАБАТИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ ВОЗДУХА

Цель работы: определить показатель адиабаты для воздуха.

Оборудование: стеклянный баллон с клапаном, насос Камовского, водяной манометр.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь оформленный отчет.
2. Ответить на вопросы:

1). Как читается первое начало термодинамики?
2) Что такое C_p и C_v? Как записываются формулы для определения C_p и C_v? Почему $C_p > C_v$? Как записывается уравнение Майера?
3) Что называется удельной и молярной теплоемкостями? В каких единицах они измеряются?
4). Что называют числом степеней свободы тела? Каким числом степеней свободы обладают молекулы одноатомного, двухатомного, многоатомных газов?
5). Как запишутся уравнения изотермического, изохорического, адиабатического, изобарического процессов? Как выглядят графики этих процессов?
6). Как запишется уравнение Менделеева-Клапейрона?
7) Какой процесс называется адиабатическим? Как запишется уравнение Пуассона?

Краткая теория

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела на один градус, называется **теплоемкостью вещества**.

Различают теплоемкости:

а) **молярную** – количество теплоты, необходимой для нагревания 1 моля вещества на один Кельвин:

$$C = Q/[(m/\mu)\Delta T], \qquad (8.1)$$

где m - масса вещества; μ - молярная масса; ΔT - разность температур; единица измерения Дж/моль·К;

б) **удельную** - количество теплоты, необходимой для нагревания единицы массы вещества на один Кельвин:

$$c = Q/m\Delta T, \qquad (8.2)$$

единица измерения Дж/кг·К.

Теплоемкость газа зависит от того, при каких условиях он нагревается:

при постоянном объеме или при постоянном давлении. Если нагревать газ при постоянном объеме, то подводимая теплота идет только на увеличение его внутренней энергии. В этом случае говорят о теплоемкости при постоянном объеме, или изохорной теплоемкости C_v.

Если нагревать газ при постоянном давлении, то подводимая теплота идет не только на увеличение внутренней энергии, но и на работу расширения. В этом случае говорят о теплоемкости при постоянном давлении, или изобарной теплоемкости C_p.

Для идеального газа между изохорной и изобарной теплоемкостями по закону Майера существует следующая связь:

$$Cp = Cv + R, \tag{8.3}$$

где R=8,31 Дж/моль·К - универсальная газовая постоянная.

Энергия одной молекулы газа определяется формулой:

$$\langle w \rangle = \frac{ikT}{2}, \tag{8.4}$$

где i - число степеней свободы, т.е. число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве. Для одноатомного газа (i = 3), для двухатомного газа (i =5), для многоатомного газа (i = 6); k - постоянная Больцмана; T - абсолютная температура.

Энергия одного моля газа, содержащего число молекул, равное числу Авогадро N_A, рассчитывается по формуле:

$$U = N_A \langle w \rangle = N_A \frac{ikT}{2} = \frac{iRT}{2} \tag{8.5}$$

Тогда молярная теплоемкость при постоянном объеме может быть рассчитана по формуле:

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{iR}{2} \tag{8.6}$$

Исходя из уравнения Майера

$$C_P = C_V + R = \frac{iR}{2} + R = \frac{R(i+2)}{2} \tag{8.7}$$

Адиабатным называется быстропротекающий процесс без теплообмена с окружающей средой, т.е. dQ=0. Первое начало термодинамики для адиабатного процесса запишется:

$$dU + dA = 0 \text{ или } dA = -dU. \tag{8.8}$$

Интегрирование этого уравнения приводит к уравнению Пуассона:

$$pV^{\gamma} = const \tag{8.9}$$

где γ – показатель адиабаты, равный отношению молярной теплоемкости идеального газа при постоянном давлении к молярной теплоемкости при постоянном объеме:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \tag{8.10}$$

Через число степеней свободы показатель адиабаты выражается:

$$\gamma = \frac{\frac{[R(i+2)]}{2}}{\frac{Ri}{2}} = \frac{(i+2)}{i}. \tag{8.11}$$

Следует заметить, что в строительной акустике показатель адиабаты является важным параметром, определяющим скорость распространения звука в газовой среде:

$$\upsilon = \sqrt{\gamma \frac{R \cdot T}{\mu}},$$

где μ - молярная масса, T - абсолютная температура.

Описание установки и методики определения

Существуют калориметрический, электрический, адиабатный методы определения показателя адиабаты. В данной работе используется метод адиабатного расширения.

Экспериментальная установка состоит из стеклянного баллона 2 и соединенного с ним манометра 1 и насоса Камовского 3 (рис. 10). Посредством крана *4* баллон может быть соединен с атмосферой.

На графике изображены процессы перехода газа из одного состояния в другое (рис. 11). Линия АС является изотермой, АВ – адиабатой, ВС – изохорой.

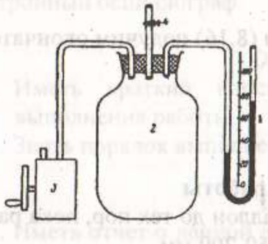


Рис. 10. Установка для определения удельных теплоемкостей методом адиабатных процессов

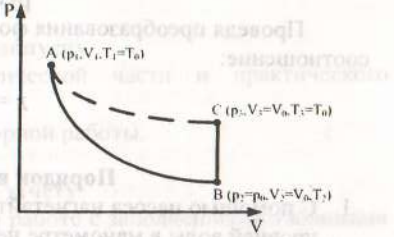


Рис. 11. График изменения состояния воздуха в болоне

Состояние 1. В баллоне находится воздух, давление которого равно атмосферному, температура равна температуре окружающей среды: p_0, T_0.

Состояние 2. При помощи насоса накачать в баллон некоторое количество воздуха ΔV. Это состояние соответствует началу эксперимента и на графике (рис. 11) характеризуется точкой А.

При накачивании масса воздуха, занимающая первоначально баллон, сжимается до некоторого меньшего объема V_1. Давление, установившееся в баллоне, будет равно:

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1, \tag{8.12}$$

где p_0 – атмосферное давление; ρ - плотность воды в манометре, g –

ускорение силы тяжести, h_1 – разность уровней воды в манометре.

Температура газа не изменилась: $T_1 = T_0$.

Состояние 3. Если открыть на короткое время кран 4, то воздух в баллоне будет расширяться. Этот процесс расширения можно считать адиабатическим. Давление в баллоне установится равным атмосферному, температура газа понизится до T_2. Оставшийся воздух в баллоне занял объем V_0, тогда:

$$p_2 = p_0,\ T_2 < T_1 \tag{8.13}$$

Это состояние газа выражено на графике (рис. 11) точкой B.

Параметры газа при переходе из состояния A в состояние B связаны уравнением адиабаты:

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \tag{8.14}$$

Состояние 4. Охладившийся при расширении воздуха в баллоне через некоторое время, вследствие теплообмена, нагреется до температуры окружающей среды T_1, давление возрастает до некоторой величины p_3:

$$p_3 = p_0 + \rho g h_2 \tag{8.15}$$

где h_2 – разность уровней в манометре.

Объем воздуха не изменится и будет равен V_2. Новое состояние газа выражено на графике (рис. 11) точкой C (процесс B-C – изохорный).

Сравнивая конечное состояние газа (точка C) с исходным (точка A), видим, что они характеризуются одной температурой, а тогда по закону Бойля-Мариотта для изотермического процесса имеем:

$$p_3V_2 = p_1V_1. \tag{8.16}$$

Проведя преобразования формул (8.14) и (8.16) получим окончательное соотношение:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \tag{8.17}$$

Порядок выполнения работы

1. С помощью насоса нагнетайте воздух в баллон до тех пор, пока разность уровней воды в манометре не достигнет 150-200 мм.
2. Когда давление в баллоне полностью установится, показателем чего служит прекращение колебаний уровней жидкости в коленах манометра, произведите отсчет разности уровней воды в манометре h_1.
3. Быстро откройте клапан 4 и, как только уровни воды в манометре сравнятся, быстро его закройте. Когда давление окончательно установится, производят второй отсчет разности уровней в манометре h_2.
4. Рассчитайте показатель адиабаты по (8.17). Опыт повторите 5 раз и найдите среднюю величину <γ>.
5. Данные измерений и вычислений занесите в таблицу 1.

Таблица 1

№	1	2	3	4	5
h_1, мм					
h_2, мм					
(h_1 - h_2), мм					
γ					

6. Используя значение для числа степеней свободы молекул воздуха (n = 5) вычислите теоретическое значение γ_T по формуле (8.11).
7. Рассчитайте погрешность измерений по формуле

$$\varepsilon = \frac{\left|\gamma_T - \langle\gamma\rangle\right|}{\gamma_T} \cdot 100\%.$$

Лабораторная работа № 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ, СКОРОСТИ ЗВУКА И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

__Цель работы:__ определить длину звуковой волны и скорость её распространения, а также показатель адиабаты для воздуха.

__Оборудование:__ экспериментальная установка, звуковой генератор, электронный осциллограф.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь отчет о данной лабораторной работе с заполненными таблицами и графиками.
2. Ответить на вопросы:
   1) Что представляет собой волновой процесс?
   2) Какие бывают волны?
   3) Как определяется длина волны?
   4) Что называется интерференцией волн?
   5) Что позволяет считать волновой процесс адиабатическим?
   6) По какой формуле вычисляется скорость распространения волны?
   7) Какова зависимость адиабатической постоянной от параметров волнового процесса?
   8) Как в природе и на практике проявляются волны?

Краткая теория

Для обеспечения нормативных требований в строительной акустике возникает необходимость анализа шумопоглощения в элементах строительных конструкций. Поэтому необходимо знать закономерности распространения волн в упругих средах: твердых, жидких, газообразных.

Звуковая волна является продольной волной, для которой имеет место деформация «растяжения – сжатия». Если деформировать крайние точки упругого тела, то эта деформация будет распространяться в теле с некоторой скоростью υ.

Скорость звука в газе, как известно из акустики, определяется по формуле

$$\text{v} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \qquad (9.1)$$

где: γ – показатель адиабаты (отношение молярных теплоемкостей газа), R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса воздуха, T – абсолютная температура.

Из формулы (9.1), измерив скорость звука, можно найти значение показателя адиабаты

$$\gamma = \frac{M\text{v}^2}{RT}. \qquad (9.2)$$

Измерение скорости звука, в данной работе, основано на явлении интерференции звуковых волн в волноводе.

Интерференцией называется явление наложения двух когерентных волн, приводящее к усилению волнового движения в одних точках и ослаблению или полному гашению в других. Когерентными называются волны, имеющие одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз.

Результирующая сложения волн является стоячей волной, амплитуда которой $A(l) = |-2a \cdot \sin(2\pi\nu(l/\upsilon))|$ определяет положение узлов в полости. Расстояние Δl между соседними узлами можно найти из условия:

$$\sin(2\pi\nu(l/\upsilon)) = 0, \qquad 2\pi\nu(l/\upsilon) = \pm n \cdot \lambda, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Следовательно, расстояние между ними $\Delta = \Delta l_{n+1} - \Delta l_n = \lambda/2$, т.е. равно половине длины бегущей волны λ. При этом, если на расстоянии l укладывается целое число полуволн $l = n(\lambda/2)$, $n = 0,1,2,\ldots$, то происходит усиление звука резонансного характера за счет интерференции волн. Наименьшая разность длин двух резонирующих столбов $\Delta = l_n - l_{n-1} = n \cdot \lambda/2 - (n-1)\lambda/2 = \lambda/2$.

Отсюда $\lambda = 2\Delta$, и так как $\lambda \cdot \nu = \upsilon$, то получается расчётная формула для определения скорости звука

$$\upsilon = 2 \cdot \Delta \cdot \nu \qquad (9.3)$$

В лабораторной установке интерференция звуковых волн осуществляется с помощью двух труб ADB и АСВ, вставленных друг в друга, причем колено АСВ можно удлинять или укорачивать (рис. 12).

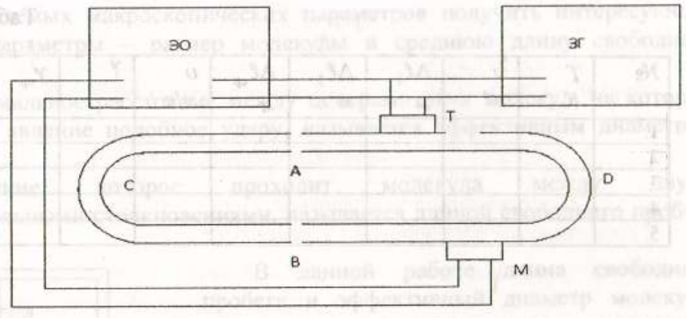


Рис.12

С помощью телефона Т в трубы излучается звук, частота которого задается звуковым генератором ЗГ. Когерентные звуковые волны, проходящие по трубам АСВ и ADB, сходятся у микрофона М. Возникающие в микрофоне переменные импульсы тока подают на вход «Y» электронного осциллографа ЭО. Интерференционный максимум определяется уровнем сигнала на экране осциллографа.

Для адиабатической постоянной воздуха, на основании формул (9.2) и (9.3), не сложно получить выражение, используемое для расчётов, вида

$$\gamma = \frac{4M}{RT}\nu^2 \cdot \Delta l^2 = k \cdot \nu^2 \cdot \Delta l^2, \quad \text{где} \quad k = \frac{4M}{RT} \qquad (9.4)$$

Экспериментальная часть

1. Включите звуковой генератор и осциллограф в сеть и дайте им прогреться.
2. Установите частоту звука в пределах 1500 – 2500 Гц.
3. Выдвигая подвижную трубу АСВ, добейтесь четкого изображения прямой, наклоненной под углом 45° к горизонтали. Принять это положение трубы АСВ по измерительной шкале за начало отсчета измерения длины.
4. Продолжая выдвигать трубу, прийти к исходной траектории луча и измерить величину смещения трубы Δl_1 относительно начала отсчета. При дальнейшем перемещении определить следующее Δl_2 Найти среднее значение смещения трубы $\Delta\ell_{ср}$.
5. По формуле (9.3) вычислить скорость звука υ в воздухе.
6. Записать значение абсолютной температуры и по формуле (9.4) и вычислить значение константы k.
7. По формуле (9.4) найти значение γ.
8. Опыт повторить не менее пяти раз на различных частотах.
9. Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 1.
10. Рассчитать погрешность измерения.

Таблица 1

№	T К	ν c^{-1}	$\Delta\ell_1$ м	$\Delta\ell_2$ м	$\Delta\ell_{ср}$ м	υ м/с	γ	$\gamma_{ср}$	γ_1	ε %
1.										
2.										
3.										
4.										
5.										

Лабораторная работа № 10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛЫ

Цель работы: экспериментальное определение эффективного диаметра и длины свободного пробега молекулы воздуха.

Оборудование: экспериментальная установка, секундомер.

Основание к допуску

1. Иметь краткий конспект теоретической части и практического выполнения работы.
2. Знать порядок выполнения лабораторной работы.

Основание к зачету

1. Иметь оформленный отчет.
2. Ответить на вопросы:
   1) Что называется эффективным диаметром молекулы?
   2) Что такое средняя длина свободного пробега молекулы?
   3) Напишите уравнение Менделеева-Клапейрона.
   4) Как записывается формула Пуазейля?
   5) Объясните явления переноса в газах.

Краткая теория

Согласно молекулярно-кинетической теории, хаотическое движение молекул является физической причиной наблюдаемых в газах явлений переноса (теплопроводность, диффузия, вязкость).

Хотя величины скоростей молекул относительно велики, но процессы переноса осуществляются сравнительно медленно.

Молекулярно-кинетическая теория позволила получить формулы, в которых макропараметры газа (давление, объем температура) связываются с его микропараметрами. Пользуясь этими формулами можно при помощи

легко измеряемых макроскопических параметров получить интересующие нас микропараметры – размер молекулы и среднюю длину свободного пробега.

Минимальное расстояние между центрами двух молекул, на котором происходит явление подобное удару, называется эффективным диаметром молекулы σ.

Расстояние, которое проходит молекула между двумя последовательными столкновениями, называется длиной свободного пробега молекулы λ.

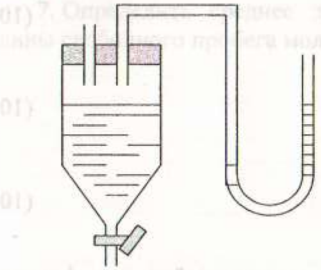


Рис.13

В данной работе длина свободного пробега и эффективный диаметр молекулы воздуха определяются путем измерения коэффициента динамической вязкости воздуха.

Экспериментальная установка представляет собой заполненный водой стеклянный сосуд с краном, соединенный с манометром. Через капилляр сосуд соединяется с атмосферой (рис.13). Если открыть кран, то из сосуда выливается вода, давление в нем понижается и через капилляр в сосуд засасывается воздух. Вследствие внутреннего трения давление на концах капилляра неодинаково. Разность давлений измеряется жидкостным манометром.

Объем воздуха V, прошедшего через капилляр за время Δt определяется объемом жидкости, вытекающей из сосуда. Объем воздуха можно найти по формуле Пуазейля

$$V = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p \cdot \Delta t}{8\eta \cdot \ell}, \tag{10.1}$$

где r, ℓ - радиус и длина капилляра,

Δp - разность давлений на концах капилляра,

η - коэффициент динамической вязкости воздуха.

Из (10.1) можно найти

$$\eta = \frac{\pi r^4 \cdot \Delta p \cdot \Delta t}{8\ell V} \tag{10.2}$$

В молекулярно-кинетической теории устанавливается формула, связывающая длину свободного пробега молекулы λ с коэффициентом динамической вязкости η

$$\lambda = \frac{3\eta}{v\,\rho}. \tag{10.3}$$

В (10.3) средняя арифметическая скорость движения молекул определяется по формуле

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \qquad (10.4)$$

где $R = 8{,}31\ \frac{Дж}{моль \cdot K}$ - универсальная газовая постоянная,

$M = 0{,}029\ \frac{кг}{моль}$ - молярная масса воздуха,

T – абсолютная температура.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT \qquad (10.5)$$

с учетом того, что

$$\rho = \frac{m}{V}, \qquad (10.6)$$

можно найти плотность воздуха

$$\rho = \frac{pM}{RT}, \qquad (10.7)$$

где p – атмосферное давление.

Эффективный диаметр молекулы σ можно найти из формулы, выражающей его связь со средней длиной свободного пробега λ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n\sigma^2}, \qquad (10.8)$$

где n – концентрация молекул.

Отсюда с учетом того, что

$$n = \frac{p}{kT}, \qquad (10.9)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{K}$ - постоянная Больцмана, можно найти, что

$$\sigma = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2}\pi \cdot p \cdot \lambda}}. \qquad (10.10)$$

Порядок выполнения работы

1. Записать данные лабораторной установки и атмосферное давление.
2. Открыть кран и определить время Δt в течение которого из сосуда вытекает объем жидкости равный 100 – 200 мл.
3. По формулам (10.2), (10.4), (10.7) вычислить коэффициент динамической вязкости, плотность воздуха и среднюю арифметическую скорость движения молекул воздуха.
4. По формулам (10.7), (10.10) определить среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекулы воздуха.
5. Опыт повторить не менее трех раз при других значениях объема жидкости, вытекающей из сосуда.
6. Результаты измерений и расчетов занести в таблицу.

Таблица 1

№	V, м³	T, K	p, Па	Δp, Па	Δt, с	λ, м	σ, м
1							
2							
3							

7. Определить среднее значение эффективного диаметра и средней длины свободного пробега молекулы воздуха.

Приложение 1

Перечень основных таблиц физических величин

Основные и дополнительные единицы СИ

Величина	Наименование	Обозначение
	Основные	
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Сила электрического тока	ампер	А
Термодинамическая температура	кельвин	К
Сила света	кандела	кд
Количество вещества	моль	моль
	Дополнительные	
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср

Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименования

Множитель	Приставка		
	Наименование	Обозначение	
		Русское	Международное
10^{18}	экса	Э	E
10^{15}	пета	П	P
10^{12}	тера	Т	T
10^{9}	гига	Г	G
10^{6}	мега	М	M
10^{3}	кило	к	k
10^{2}	гекто	г	h
10^{1}	дека	да	da
10^{-1}	деци	д	d
10^{-2}	санти	с	c
10^{-3}	милли	м	m
10^{-6}	микро	мк	μ
10^{-9}	нано	н	n
10^{-12}	пико	п	p
10^{-15}	фемто	ф	f
10^{-18}	атто	а	a

Основные физические константы

Скорость света в вакууме	$c = 299792458$ м/с
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	$e = 1{,}601892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}007276470$ а.е.м.
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}008665012$ а.е.м.
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ Ф/м $\approx 8{,}84$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м $\approx 12{,}57 \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная смещения Вина	$b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Число «пи»	$\pi = 3{,}14159\ldots$
Основание натуральных логарифмов	$e = 2{,}71828\ldots$
Связь десятичного и натурального логарифмов	$\ln a \approx 2{,}3 \lg a$; $\lg a \approx 0{,}43 \ln a$

Греческий алфавит

Печатная буква	Название	Печатная буква	Название
Αα	альфа	Νν	ню
Ββ	бета	Ξξ	кси
Γγ	гамма	Οο	омикрон
Δδ	дельта	Ππ	пи
Εε	эпсилон	Ρρ	ро
Ζζ	дзэта	Σς	сигма
Ηη	эта	Ττ	тау
Θθ	тэта	Υυ	ипсилон
Ιι	йота	Φφ	фи
Κκ	каппа	Χχ	хи
Λλ	ламбда	Ψψ	пси
Μμ	мю	Ωω	омега

Модуль Юнга некоторых веществ (p=0,1 МПа, t=20^{0}C)

Вещество	Модуль Юнга X 10^{10} Па	Вещество	Модуль Юнга X 10^{10} Па
Алюминий	7,05	Медь	12,98
Олово	5,43	Никель	20,4
Железо	21,2	Свинец	1,62
Латунь (70% Cu, 30% Zn)	9,7-10,2	Сталь	20,9

Плотность вещества, кг/м^3 (t = 20 ^{0}C)

Алюминий	2700	Керосин	820
Бензин	680-720	Глицерин	1284
Никель	8900	Лед при 0^{0}C	917
Латунь (70% Cu, 30% Zn)	8400-8700 8520	Масло касторовое	960
Олово	7300	Золото	19300
Вода при 4 ^{0}C	1000	Медь	8930
Воздух при нормальных условиях	1,29	Сталь	7700-7900
Дерево сухое: Береза Дуб Тополь	 600-800 700-1000 300-500	Ртуть Свинец	13546 11342
Железо	7870	Спирт этиловый	789

Динамическая вязкость некоторых веществ, Па · с

Вода (0^{0}C) (20^{0}C) (100^{0}C)	0,001787 0,001005 0,00028
Воздух (0^{0}C)	0,0000181
Глицерин (20^{0}C)	1,5
Жир рыбий (20^{0}C)	0,046
Кровь (20^{0}C)	0,005
Масло касторовое (20^{0}C)	0,970
Молоко (20^{0}C)	0,0018
Спирт этиловый (0^{0}C) (20^{0}C)	0,001773 0,0012

Вязкость водного раствора глицерина, Па · с

t, ^{0}C	60 %	80 %	95 %	100 %
20	0,011	0,062	0,545	1,499
25	0,008	0,045	0,366	0,945
30	0,007	0,034	0,248	0,624

Таблица зависимости от температуры вязкости касторового масла

T, K	283	284	285	286	287	288	289	290
η, Па·с	2,44	2,25	2,05	1,85	1,70	1,55	1,42	1,30

T, K	291	292	293	294	295	296	297
η, Па·с	1,18	1,08	0,987	0,91	0,85	0,78	0,72

Максимальная упругость водяного пара при различных температурах

^{0}C	E, мм. рт. ст.	^{0}C	E, мм. рт. ст.	^{0}C	E, мм. рт. ст.
0	4,6	13	11,2	26	25,2
1	4,9	14	12,0	27	26,7
2	5,3	15	12,8	28	28,4
3	5,7	16	13,6	29	30,0
4	6,1	17	14,5	30	31,8
5	6,5	18	15,5	31	33,7
6	7,0	19	16,5	32	35,7
7	7,5	20	17,5	33	37,7
8	8,0	21	18,6	34	39,9
9	8,6	22	19,8	35	42,2
10	9,2	23	21,1	36	44,6
11	9,8	24	22,4	37	47,1
12	10,5	25	23,8	38	49,7

Психрометрическая таблица

Показ. сухого терм. °C	Разность показаний термометров, °C																					
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	11,0	11,5
	Относительная влажность, %																					
5	91	83	75	66	58	50	42	34	26	19												
6	92	84	76	67	60	52	45	37	30	22	15											
7	92	84	77	69	62	54	47	40	33	26	19											
8	92	85	78	70	63	56	49	42	36	29	22	16										
9	93	86	79	71	65	58	51	45	38	32	25	19										
10	93	86	79	73	66	60	53	47	41	34	28	22	16									
11	93	87	80	74	67	61	55	49	43	37	31	26	20									
12	93	87	81	75	69	63	57	51	45	40	34	28	23	18								
13	94	88	82	76	70	64	58	53	47	42	36	31	26	20								
14	94	88	82	76	71	65	60	54	49	44	39	33	28	23	18							
15	94	88	83	77	72	66	61	56	51	46	41	36	31	26	21	18						
16	94	89	83	78	73	68	63	57	52	48	43	38	33	29	24	20						
17	95	89	84	79	74	69	64	59	54	49	45	40	35	31	27	22	19					
18		90	84	79	74	70	65	60	55	51	47	42	37	33	29	24	21	17				
19		90	85	80	75	70	66	61	57	52	48	44	39	35	31	27	23	19				
20		90	85	81	76	71	67	63	58	54	50	45	41	37	33	29	25	22	18			
21		90	85	81	77	72	68	64	59	55	51	47	43	39	35	31	28	24	21	17		
22		91	85	82	77	73	69	64	61	56	52	48	44	41	37	33	30	26	23	19		
23		91	86	86	78	74	70	65	62	58	54	50	46	42	39	35	32	28	25	21	18	
24		91	87	87	78	74	70	66	62	59	55	51	48	44	40	37	33	30	27	24	20	
25		91	87	83	79	75	71	67	63	60	56	52	49	45	42	38	35	35	29	26	22	19

Коэффициент поверхностного натяжения различных жидкостей на границе «жидкость-воздух» при 20^0 С, Н/м

Белок куриного яйца	0,053	Масло касторовое	0,0364
Бензол	0,03	Молоко	0,042-0,046
Вода при 0^0 С	0,0756	Раствор мыла	0,04
Вода при 20^0 С	0,0726	Ртуть	0,05
Бром	0,0442	Скипидар	0,026
Кровь	0,058	Спирт этиловый	0,022

Теплопроводность некоторых твердых тел

Вещество	λ, вт/м · град
Алюминий	210
Войлок	0,046
Железо	58,7
Кварц плавленый	1,37
Медь	390
Песок сухой	0,325
Пробка	0,050
Серебро	460
Эбонит	0,174

Коэффициенты Стьюдента $t_{\alpha,n}$

Таблица 1

n	α												
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	**0.95**	0.98	0.99	0.999
2	0.16	0.33	0.51	0.73	1.00	1.38	2.0	3.1	6.3	**12.7**	31.8	63.7	636.6
3	14	29	45	62	0.82	1.06	1.3	1.9	2.9	**4.3**	7.0	9.9	31.6
4	14	28	42	58	77	0.98	1.3	1.6	2.4	**3.2**	4.5	5.8	12.9
5	13	27	41	57	74	94	1.2	1.5	2.1	**2.8**	3.7	4.6	8.6
6	13	27	41	56	73	92	1.2	1.5	2.0	**2.6**	3.4	4.0	6.9
7	13	27	40	55	72	90	1.1	1.4	1.9	**2.4**	3.1	3.7	6.0
8	13	26	40	55	71	90	1.1	1.4	1.9	**2.4**	3.0	3.5	5.0
9	13	26	40	54	71	90	1.1	1.4	1.9	**2.3**	2.9	3.4	5.0
10	13	26	40	54	70	88	1.1	1.4	1.9	**2.3**	2.8	3.3	4.8
11	13	26	40	54	70	88	1.1	1.4	1.8	**2.2**	2.8	3.2	4.6
12	13	26	40	54	70	87	1.1	1.4	1.8	**2.2**	2.7	3.1	4.5
13	13	26	40	54	70	87	1.1	1.4	1.8	**2.2**	2.7	3.1	4.3
14	13	26	39	54	69	87	1.1	1.4	1.8	**2.2**	2.7	3.0	4.2
15	13	26	39	54	69	87	1.1	1.3	1.8	**2.1**	2.6	2.9	4.1
16	13	26	39	54	69	87	1.1	1.3	1.8	**2.1**	2.6	2.9	4.0
17	13	26	39	54	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.6	2.9	4.0
18	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.6	2.9	3.9
19	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.6	2.9	3.9
20	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.8
21	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.8
22	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.8
23	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.8
24	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.7
25	13	26	39	53	69	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.7
26	13	26	39	53	68	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.7
27	13	26	39	53	68	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.7
28	13	26	39	53	68	86	1.1	1.3	1.7	**2.1**	2.5	2.8	3.7
29	13	26	39	53	68	86	1.1	1.3	1.7	**2.0**	2.5	2.8	3.7
30	13	26	39	53	68	85	1.1	1.3	1.7	**2.0**	2.5	2.8	3.7
40	13	26	39	53	68	85	1.1	1.3	1.7	**2.0**	2.4	2.7	3.6

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т.2. М.: Наука. – 2008.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа. –2010.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука.-2009
4. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. М.: Высшая школа. –2010.
5. Чертов А.Г., Воробьёв А.А. Задачник по Физике. М.: Высшая школа. –2001.
6. Скоробогатова Т.В., Власенко И.А. Руководство для самостоятельной работы по физике студентов технических специальностей. Ставрополь, Агрус. –2006.
7. Боголюбова И.А., Хащенко А.А., Ковалёва Г.Е., Стародубцева Г.П., Крахоткин В.И., Афанасьев М.А. Руководство для самостоятельной работы по физике. Ставрополь, ООО «Курсив». – 2012.
8. Крахоткин В.И. Механика и молекулярная физика. Ставрополь, Агрус. – 2006

СОДЕРЖАНИЕ